

宗教の数理解析

落合仁司

〈論文要旨〉 本論はキリスト教や仏教といった世界宗教を数学的に表現し解析する試みである。宗教は、その哲学的な表現である存在論あるいは形而上学と同様に、科学と同じ意味における検証可能性は持ちえないが、論理的一貫性を問うことは出来る。数学もまた検証可能性は持ちえないが論理的一貫性は問われねばならない。そこに宗教分けても存在論として哲学的に表現される宗教を数学的に表現し解析する可能性が開けて来る。

本論はまず第一節において、キリスト教や仏教といった世界宗教を哲学的に表現しうる存在論を提示し、続いて第二節において、その存在論によるキリスト教と仏教の哲学的な表現を試みる。これを受け第三節において、宗教を数学的に表現しうる可能性を持つ数学である集合論の基本的な結果を整理し、最後に第四節において、その集合論による宗教の数学的な表現と解析を試みる。

〈キーワード〉 存在、無限、仏教、キリスト教、集合論

一 哲学的無限

1 存在

存在論の端緒は存在である。存在とは、何者かとして存在する通常の存在する者、存在者ではなく、何者としても限定されない唯の存在すること、単に有ることを指し示す。すなわち存在とは、通常の存在者が何者かとして限

定された存在であるのに対して、何者としても限定されない存在それ自体を指し示す。この通常の何者かとして限定された存在者と、その根底に横たわる何者としても限定されない存在それ自体の差異を、存在論的差異と呼ぶ。

存在論的差異を内包する存在論は、ハイデガーの専売特許のように言われるが、存在論の歴史を遡れば、それが存在論の創始者アリストテレスには無く、キリスト教受洗以降のヨーロッパ哲学、すなわちギリシャ教父あるいはスコラ学徒たとえばトマスになって出現したことが分かる。アリストテレスの知らなかった存在論的差異が、何故キリスト教受洗以降に発見されるのかは項を改めて考察するが、ここにも存在論のキリスト教的、宗教的な特質が色濃く反映している。

存在論的差異を内包する存在論は、存在が何者としても限定されない、無限であることにその特質を見出す。ある者を限定するとは、その者をその者でないもの、すなわちその者の否定から区別する、境界付けることである。したがって存在が何者としても限定されないということは、存在は何者からも区別されない、何者からも境界付けられない、言わば外部を持たない全体であることを意味する。すなわち存在は自らの否定をも含む全体なのである。⁽¹⁾

このとき存在は自らの否定である無と区別されえない。存在、有は無と同一である。少なくともキリスト教受洗以降の存在論における存在は、このように無と区別されえない存在であった。存在と区別されえない無を絶対無と呼び、その無が存在と同一であることを絶対無の自己同一と呼ぶのは、いわゆる「京都学派」の伝統である。⁽²⁾ 仏教における空あるいは無の形而上学がその伝統に先行したことも「京都学派」の言う通りであろう。仏教の空無論によれば、何者かとして限定されて存在する一切の存在者の限定が幻の如く消え失せた時立ち現れる何者としても限

定されえない真実こそ空無であるのだから、この空無と存在それ自体との間に何の亀裂も無いことは明らかだからである。

この事実は、仏教の空無論とキリスト教の存在論がおそらくは独立に同一の形而上学に到達していたということの意味する。もつとも形而上学の同一性はここまでで、存在論から他者論さらには無限論と進むに連れて、両者の形而上学は趣を異にして行くのであるが、少なくとも形而上学の出発点、存在論の端緒において、宗教の思弁に洋の東西の違いはないことを確認しておくべきである。無と区別されえない存在の概念は、洋の東西いずれかに固有の発明品ではなく、人類共通の形而上学なのである。

2 他者

有る者、存在する者、存在者は何者かとして限定されて存在する。存在者が何者かとして限定されるとは、存在者がその存在者でない者、その存在者の否定から区別され、境界付けられることである。この存在者でない者、存在者の否定を、その存在者の他者と呼ぶ。したがって何者かとして限定されて存在する全ての存在者には固有の他者が存在する。

存在者が何者かとして限定されるとは、存在者がその他者から区別され、境界付けられることであつた。このとき図と地を逆転させて見れば、存在者はその他者によって境界付けられ、限定されると見ることが出来る。言い換えれば存在者はその否定によって限定されるのである。

存在者は限定された存在なのであるから有限である。これに対してその他者は存在者の否定であるので無限である。もし有限な存在者の他者が無限でない、すなわち有限であるとしたならば、その他者を限定する他者、言わば

他者の他者が要請されよう。この他者の他者をたとえもとの存在者が引き受けたとしてもあるいは新たな他者が現れたとしても、それらが有限である限り、その者を限定する更なる他者が要請される。この過程は、最後の他者が無限でない限り、無限に進行する。ヘーゲルの言う悪無限である。⁽³⁾したがって他者は無限であらざるをえない。すなわち他者もまた、存在それ自体と同様に、何者としても限定されえない、無限である他はないのである。

存在者は何者かとして限定された有限な存在である。その他者は何者としても限定されない無限な存在である。しかし他者は何者としても限定されない無限な存在それ自体とは異なる。何故なら他者は、存在者を境界付けるその外部であるので、存在それ自体、存在の全体から存在者として境界付けられた有限な部分を除いた残余の部分となるからである。すなわち他者は無限な全体である存在の無限な部分なのである。無限における部分と全体の関係は無限集合論の主要な問いの一つとして再び問うことになろう。

ところで本節に述べた存在者の何者であるかの他者あるいは否定による限定という発想を、ソシュール以来のフランス構造主義に由来すると思つた読者もいるに違いない。ある言葉の意味は他の言葉の意味との対比において決定されるという思想である。しかし本節に述べた他者あるいは否定による限定という発想は、差し当たりスピノザに端を発しヘーゲルが全面的に展開した思想であり、ソシュールより一世紀先行する。ヘーゲルを頂点とするドイツ観念論を古臭いと言って切り捨てるのはまだ早い。

3 無限

存在も他者も、何者としても限定されえない、無限である。存在は無限の全体であり、他者はその無限の部分である。この無限こそ存在論の歴史を二度にわたって大転換させた鍵概念なのである。

アリストテレスはギリシャ哲学あるいは古典古代哲学における存在論の完成者であると同時に無限論の完成者である。アリストテレスにとって無限は極めて逆説的な存在であった。無限には限りが無い。たとえば自然数1、2、3、…… n 、 $n+1$ 、……は無限に存在する。何故なら任意の自然数 n の後には必ずそれに続く自然数 $n+1$ が存在し、限りが無い。アリストテレスはこのように無限に後続する、限りが無い、完結しない無限を、可能態における無限と呼んだ。

可能態とは、事態が潜在的であり未だ完結しない状態を指し示す。事態が顕在的になり既に完結した状態を指し示す、現実態という概念と対で用いられる、アリストテレス存在論の基本概念である。アリストテレスにとって無限は可能態においてしかありえないと考えられた。何故なら現実態における無限、完結した無限とは、限りの無い無限が完結する、限りを有する、極めて逆説的な概念に見えたからである。

実際、現実態における無限、たとえば自然数の全体という完結した無限を考えれば、偶数の全体という完結した無限も考えることが出来る。このとき偶数の全体は明らかに自然数の全体の部分である。ところが自然数の n に偶数の $2n$ が対応するように自然数の全体と偶数の全体から数を取り出せば、両者から常に同じだけの数を取り出せる。自然数の全体と偶数の全体は数において等しいのである。これは全体と部分が等しくなることを意味する。全体は部分の総和以上のものであるとさえ言ったアリストテレスにとってこの帰結は受け入れられる筈も無い。アリストテレスは現実態における無限を認めれば矛盾が帰結すると考えたのである。

そもそもアリストテレス達古代ギリシャ人にとって、無限、何者かとして限定されえない者、境界付けられない者、形無き者は、形、形相の反対概念である資料の特質である。アリストテレス存在論においては、何者としても

限定されない可能態にある質料が形相によって何者かとして限定されて初めて現実態となる。言い換えれば現実態、完結した者は限定された者であり、可能態、完結しない者こそ限定されない者、すなわち無限なのである。

キリスト教受洗は存在論の大転換をもたらした。キリスト教の神は、人間の把握を超越しており、何者としても限定されえない、無限である他はなかったのである。キリスト教をギリシャ哲学の教養において理解しようとしたキリスト教受洗後のヨーロッパの知識人、ギリシャ教父やスコラ学徒は当惑した。ギリシャ哲学において最も低い場所に位置する質料の特質が、キリスト教において最も高い場所に位置する神の特質であろうとは。少なくとも神は、未だ完結しない可能態ではありえず、既に完結した現実態である他はない。神は、質料のような可能態における無限ではありえず、現実態における無限である他はないのである。

このことを最初に宣言したのはギリシャ教父であったが、このことを存在論として表現したのはスコラ学徒分けでもトマス・アクィナスであった⁽⁴⁾。トマスは神が現実態における無限であることを存在論的に表現するために、何者かとして限定された有限な存在者と何者としても限定されない無限な存在それ自体の区別、すなわち存在論的差異を導入した。その上でトマスは事態が現実態にあることをそれが存在することと捉え直し、神が無限の現実態であることを、神が無限の存在それ自体であると表現したのである。

存在論的差異を内包する存在論は、無限の場所を可能態から現実態に転換するために見出されたと言えよう。このようにして存在は現実態における無限、完結した無限、全体としての無限の場所となったのである。この存在論を、アリストテレスのギリシャ的あるいは古典古代的存在論と区別して、ゲルマン的存在論と呼ぶことにしよう。

ヘーゲルがスピノザを経由して受け取ったのは、この存在論したがって無限論である。ただしヘーゲルは現実態

における無限を真無限と呼び直している⁽⁵⁾。古典古代的存在論においてはほとんど「悪」であった無限が、ゲルマン的存在論においては「真」の場所を獲得したのである。

既に述べたようにヘーゲルは、このゲルマン的存在論に基づいて他者論を構築した。このときヘーゲルは存在の無限とは区別される他者の無限を悪無限と呼んだ。他者の無限を、無限に進行する、完結しない無限、すなわち可能態における無限と考えたからである。しかし他者の無限は、存在の全体としての無限から存在者の有限の部分を除いた残余の部分としての無限である以上、可能態における無限ではありえない。他者の無限もまた、存在の無限と同様に、現実態における無限、完結した無限、すなわち真無限なのである。

このことにヘーゲルが思い至らなかったのは無理もない。全体としての無限、無限集合とその部分としての無限、無限部分集合の驚くべき関係が証明されるのは、ヘーゲル没後の十九世紀後半、ゲオルグ・カントルの集合論を待ってだからである。カントルの集合論の登場によって、無限論したがって存在論は第二の大転換を迎える。敢えて名付ければゲルマン的存在論から近代的存在論への転換である。本論はカントルの集合論を、存在論の第三段階、近代的存在論として読み解く作業であると言ってもよい。しかしその作業は第三節以降に譲り、次節では第三節以降の準備として本節において述べた存在論を宗教の哲学的な表現として捉え直す作業を行いたい。

二 一神教と汎神教

1 神は無限、仏は無量

神とは何か。神とは、この世界の存在者でない者、この世界の存在者の否定、すなわちこの世界の他者であつ

て、この世界を超越し、この世界の何者としても限定されえない、無限である。神は他者でありそれゆえ無限である。これはユダヤ教、キリスト教、イスラームといった一神教に共通する神了解である。神の他者性と無限性、このことは一神教の内部の視点に立つ神学にとって決して譲れぬ一線であろう。

仏とは何か。仏とは、この世界の存在者が覚りを開くことによって到達する場所、この世界の全ての存在者が到達する可能性を持つという意味において、この世界の全ての存在者の根底に潜在する場所である。存在者が覚りを開くこととは、取りも直さず存在者が自己の限定されて有ることから解き放たれることであるとするならば、そのような存在者の到達する場所、そのような存在者の根底に潜在する場所とは、いかなる限定も有りえない、無限の場所、空であり無である場所、したがって無限の存在それ自体である他はない。仏とは、無限、空あるいは無、したがって存在それ自体なのである。

仏教では、この仏の無限を無量と漢訳して来た。無量の原語、サンスクリット語の「アミタ」こそ「阿弥陀」の語源である。「南無阿弥陀仏」とは、無限である仏に帰依することに他ならない。

仏は無限でありそれゆえ空あるいは無である。この空あるいは無を存在それ自体と同一視するのは形而上学である。しかし仏は、全ての存在者が到達しうるという意味において、全ての存在者の根底に存在する、遍在性を持っている。したがって仏教は、仏が遍在する、全ての存在者に仏が内在する宗教であり、汎神論、汎神教であると言つてよい。こう考えれば、仏が空あるいは無と区別されえない存在それ自体であると言ふことに無理はない。いづれにせよ仏の無限性、空性あるいは無性、したがって存在性は、仏教という汎神教の内部の視点に立つ教学にとつて差し当たり譲れぬ一線となっている。

2 キリスト教

キリスト教という宗教の核心には愛あるいは他者がある。愛という関係は、人間と人間の関係にあっても、人間と神の関係にあっても、ある存在者に対してその他者が存在して初めて可能になる関係である。もともと自己愛という愛の「関係」がありうるのであるが、この「関係」を、自己の内部に他者が存在すると見るか、病理と見るかは別として、差し当たり愛の関係から除外しておこう。

愛は他者が存在するだけでは、片思い、ストーカー、お節介の類の一方的な関係に陥ってしまうのであって、他者が振り向く、寄り添う、臨在するといった双方向性がなければ成り立たない。愛の関係には、ある存在者にとって固有な他者が臨在することが必要なのである。前章に述べた存在論的な他者とは、まさしくこのような他者にならない。

神は存在者一人一人にこのような他者として臨在する。神による存在者の創造という発想は、現代人には極めて受け入れ難いように思えるが、神が存在者一人一人をその者として限定する他者であるとするならば、神による存在者の創造を、神による存在者の限定と捉え直すことが出来よう。したがって神による存在者の創造すなわち限定は、生命誕生の瞬間だけでなく生涯のあらゆる瞬間に持続していることになる。存在者は神の臨在、神の愛によってその者として存在することを贈られているのである。

神は自らの分身であるイエス・キリストを人間の隣人としてこの世界に贈られた。ここでもまた神は、自らを存在者に他者として臨在させ、存在者を救済しようと試みた。あまつさえ神は、イエス・キリストが人間達の犠牲になった後も、自らの聖霊を存在者にその他者として臨在させ続けている。神の愛という他はない。

「神は愛である」(第一ヨハネ第四章第八節)。神が愛であるためには、神は臨在する他者であらねばならない。もつともキリスト教においても、神は人間の到達すべき場所であり、人間の根底に潜在する存在それ自体であると捉える伝統が無い訳ではない。いわゆるキリスト教神秘主義である。実際、トマス存在論、神は存在それ自体であるという存在論に、キリスト教神秘主義の奥深い影響を見て取ることも出来よう。

キリスト教神秘主義は、キリスト教という一神教から出発しているにも関わらず、人間が神と一致する可能性を受け入れる以上、全ての存在者が神を分有する可能性、全ての存在者に神が内在する可能性、言い換えれば汎神論、汎神教を受け入れる方向に向かわざるをえない。そのこと自体は、世界宗教と呼ばれる程の宗教は一神教、汎神教いずれの方向をも内包すると考えれば問題でない。しかし神を他者として捉えることと存在それ自体として捉えることの間には、一見すると越え難い深淵が横たわっている。

神が他者であるということは、人間の救済が神の愛によって他者である神の側から贈られる恩恵であることを意味する。これに対して神が存在それ自体であるということは、人間の救済が自己の限定から解き放たれて存在それ自体である神と一つに成る人間と神の「共同行為」であることを意味しよう。この「共同行為」において神の側の行為は恩恵と区別しえないので、人間の側の行為のみが問題となる。すなわち神が他者であるとき救済は神の恩恵のみによるが、神が存在であるとき救済は人間の行為によるという対立が浮き彫りとなるのである。

救済は神の恩恵によるのか、人間の行為によるのかという対立、仏教的に表現すれば、他力救済か自力救済かの対立は、キリスト教誕生以来、時代の節目毎に現れる対立である。キリスト教の歴史において、聖書記者パウロと宗教改革者ルターが恩恵による救済、他力救済論の急先鋒であったことは記憶されてよい。現代のキリスト教もま

宗教の数理解析

た、人間の行為による救済、自力救済論に傾くキリスト教神秘主義にかなり手厳しい⁽⁶⁾。二十世紀のプロテスタントを代表するカール・バルトの神秘主義批評「自己による救済の空しい試み」は言うに及ばず、本論執筆現在のカタベリー大主教ローワン・ウィリアムズもローマ教皇ベネディクト十六世も、その神秘主義批判の業績が高く評価されて、それぞれ英国国教会とカトリック教会の頂点に登り詰めたことはよく知られている。

彼らの宗教感情は理解出来る。もし神が私達に臨在する他者ではなく私達も分有する存在であるとするならば、私達を愛する者は何処へ行ってしまおうのだろうか。私達が、私達の根底に内在する「私達それ自身」としての神と一つに成り、その「私達それ自身」に愛されたところで、それは自己愛という空しい試みに過ぎないのであって、私達が救われることなどありえない。私達が救われるためには私達ではない他者に愛されねばならないのである。

神を他者として捉え、救いを他者の臨在と考える宗教にとって、神を存在として捉え、救いを存在への回帰と考える宗教は、他者による愛あるいは他者への愛を失った、自己愛の宗教に感じられる。存在者への他者の臨在が愛である宗教にとって、存在者の存在への回帰が目的である宗教は、恐るべき自己神化、恥ずべき自己過信、お気楽な自己肯定の宗教にしか見えないのである。チベット仏教のダライ・ラマの講演を聴いたカトリックの一枢機卿の感想が印象に残っている。「ダライ・ラマのお話には一言も愛という言葉が出て来なかった」。

3 仏教

仏教という宗教の核心には生あるいは存在がある。言うまでもなく仏教の目的は、覚りを開く、仏に成ることであるが、それは存在者が自己の何者であるかを限定されて存在する存在の仕方から解き放たれ、何者としても限定されえない存在それ自体に回り帰ることとして哲学的に表現されよう。存在者の限定からの解放と存在への回帰、

人間の凡夫の生からの離脱と仏という根源的な生への帰還、死と再生、仏教という宗教は、有ることあるいは生きることの否定と再肯定の物語である。

そこで「一切衆生悉有仏性」。全ての存在者は仏に成る可能性を持っている。したがって全ての存在者の根底には仏が内在しているに違いない。なるほど存在者は存在の限定された部分なのであるから、仏が存在であるとするならば、全ての存在者は仏を分有していることになる。言い換えれば全ての存在者は限定されて存在することにおいて、すでに仏を分有しその部分となっているのである。しかしたとえ全ての存在者が仏を分有しその部分となっているとしても、それは仏の限定された、有限な部分に過ぎず、仏の無限な全体はおろか、その無限な部分とも決して同一ではありえない。すなわち存在者が分有する存在は、有限の存在であり、無限の存在である仏とは似て異なる者なのである。

ところが仏教は有限の存在者が無限の存在である仏と一つに成ることを目的とする宗教である。したがって仏教は存在者が存在の有限な部分ではなく少なくともその無限な部分と一致する事態を受容しさらには要請せざるをえない。これは有限である者が同時に無限であること、すなわち論理的な矛盾を受容し要請することに他ならない。仏教は論理的な矛盾を敢えて引き受けざるをえないのである。これは全ての有限な存在者に無限な存在が内在することを引き受ける汎神論、汎神教の避けては通れない帰結である。

論理的な矛盾を内包することは、理論の無矛盾性を放棄する致命的な欠陥には違いないが、たとえば瞑想や坐禅や念仏といった宗教的な実践の緊張において辛くも引き受けられることなのかも知れない。しかし全ての存在者に無限な存在である仏が常に内在するのであるならば、存在者はわざわざ有限な存在すなわち凡夫の生から離脱しな

宗教の数理解析

くとも、限定されて存在する有りのままの生においてすでに仏なのではなからうか。存在者は存在する、生きているそのままですでに覚っており、仏である。これが日本仏教の到達した地平、本覚思想に他ならない。⁽⁷⁾

本覚思想は、日本仏教の鬼子である。全ての存在者は「有りのままで救われている」と言い募っている日本仏教は本覚思想そのものであるように見える一方で、日本仏教の神秘主義を代表する天台宗・真言宗も、自己の行為による救済論を代表する臨済宗・曹洞宗も、他者の恩恵による救済論を代表する浄土宗・浄土真宗も、本覚思想とは差し当たり一線を画している。⁽⁸⁾ 密教は瞑想、禅は坐禅といった修行、行為を通じて初めて覚りを得、仏に成ることが出来ることにおいて、修行、行為など要らないとする本覚思想との差異化を図っている。浄土仏教は、何しろ他力救済論であるから、自力では何もしない「有りのままで救われている」のは当然であるとも言えよう。念仏という行為が救済には必要などと言おうものなら、絶対他力による救済論に矛盾する。それでは浄土仏教は本覚思想そのものであるのか。

浄土仏教は、存在者が存在に回帰することを救済と考える仏教でありながら、存在者が他者に臨在されることを救済と考える他者の恩恵による救済論に到達した宗教である。阿弥陀仏の慈悲、他者の愛のみが存在者を浄土に往生させる唯一の可能性である。この浄土仏教が本覚思想を回避するためには、阿弥陀仏、仏は存在者の他者であって存在者に臨在はするが決して内在はしない、それゆえ仏は存在者と同一ではありえない、という解釈に徹底することであろう。この場合、存在者は差し当たり存在と同一ではないのであるから「有りのままで救われている」とはありえない。

もつとも救済を、存在者が他者に臨在されてすなわち限定されて存在することそれ自体であると考えるならば、

全ての存在者は限定されて存在する「有りのままで救われている」と言うことも許されよう。ただしこの場合の「有りのままで救われている」は、存在者と存在のものからの同一、存在論的差異のものからの不在、すなわち本覚思想を意味しない。有限の存在者が無限の他者に臨在されて存在すること自体が、他者の愛であり、存在者の救いであると言うのである。このとき存在者は、阿弥陀仏の慈悲によって、あるいは神の愛によって「有りのままで救われている」。それでは、すでに救われている存在者が、何故改めて救いを求める必要があるのか。キリスト教の問いはここから始まる。

三 数学的無限

1 無限集合、部分集合、ベキ集合

無限、分けても無限の全体という概念が、存在論の鍵概念であった。無限の全体、アリストテレス的に表現すれば現実態における無限、ヘーゲル的に表現すれば真無限である。この無限の全体にゲオルグ・カントルは無限集合という数学的な表現を与えた。無限集合とは、無限の要素を含む全体のことである。このとき無限の要素それ自体も集合であって差し支えない。いわゆる集合一元論である。

ただし無限の集合を含む全体としての集合は、自らに含まれる要素としての集合と同じ性質を持つとは限らない。たとえば自然数 n を n 個の要素の集合であると考えれば、自然数全体の集合はこの集合の無限集合であることになる。しかしこの無限集合それ自体は自然数ではありえない。何故なら自然数 n は $n-1$ という自らに直前の集合を持つが、この無限集合は自らに直前の集合を持ちえようもないからである。⁽⁹⁾

無限集合に含まれる要素の集合を、その集合の部分集合と呼ぶ。部分集合には、有限の要素を含む有限部分集合と、無限の要素を含む無限部分集合がある。またもとの無限集合をその部分集合に対して全体集合と呼ぶ。このとき存在論において無限の全体と区別された有限の部分は、無限集合の有限部分集合として数学的に表現されよう。また存在論において無限の全体から有限の部分を除いた残余として定義された無限の部分は、無限集合の無限部分集合として数学的に表現される。存在論と集合論はほとんど同型的に対応するのである。

無限集合の全ての部分集合の集合を、その集合のベキ集合と呼ぶ。自らの全ての部分の全体とでも言えようか。このベキ集合という概念を敢えて導入するのは、ベキ集合がもとの集合を超越するという性質を持つからである。すなわち無限の全体は自らの全ての部分の全体に超越される、言い換えれば全体は部分の総和に超越されるのである。これは驚くべき性質である。存在論的にも極めて興味深い。これまでの存在論においてほとんど全く隠されていた性質が露わになるのである。

2 無限における全体と部分の同一

無限集合は自らと同一の無限部分集合を持つ。無限集合においては全体と部分が同一である。ここに異なる二つの集合が同一であるとは、それぞれの集合の全ての要素が一对一に対応すること、すなわち集合Aの任意の要素に集合Bの一つずつの要素が対応し、かつ集合Bの任意の要素に集合Aの一つずつの要素が対応することである。

この集合Aの任意の要素に集合Bの一つずつの要素が対応することを集合Aから集合Bへの写像、集合Aから集合Bへの写像であって集合Bの要素に集合Aの一つずつの要素が対応することを単射、集合Aから集合Bへの写像であって集合Bの任意の要素に集合Aの要素が対応することを全射、そして集合Aから集合Bへの単射かつ全射、

すなわち集合Aの任意の要素に集合Bの一つずつの要素が対応し（集合Aから集合Bへの写像が存在し）、かつ集合Bの任意の要素に集合Aの一つずつの要素が対応する（集合Bから集合Aへの写像が存在する）ことを全単射または双射と呼ぶ。したがって異なる二つの集合A、Bが同一であるとは、集合A、B間に全単射または双射が存在することに他ならない。

無限集合は自らと同一の無限部分集合を持つ。この命題を同一定理と呼ぼう。同一定理を証明するためには、無限集合とその無限部分集合の間に双射が存在することを証明すればよい。

同一定理 任意の無限集合は、自らと同一の無限部分集合を持つ。

証明 無限集合Aからその一つの要素 a_0 を取り出し、残余の集合を A_1 とする。Aは無限の要素を含むのであるからそこから一つの要素を取り出した集合 A_1 も無限集合である。この無限集合 A_1 からその一つの要素 a_1 を取り出し、残余の集合を A_2 とする。この A_2 もまた同様に無限集合であるから、その一つの要素 a_2 を取り出せ、残余の集合を A_3 としうる。

このような手続きを無限に繰り返せば、取り出した全ての要素の無限集合M、

$$M = \{a_0, a_1, a_2, a_3, \dots\}$$

を作ることが出来る。

いまこの集合Mから一つの要素 a_0 だけを取り出した集合N、

$$N = \{a_1, a_2, a_3, \dots\}$$

を考えれば、集合Nは無限集合Mの無限部分集合となっており、かつMとNの間には双射

宗教の数理解析

$$M = \{a_0, a_1, a_2, \dots\}$$

$$\uparrow \uparrow \uparrow$$

$$N = \{a_1, a_2, a_3, \dots\}$$

が存在する。

ところで無限集合AからMを除いた残余の集合にNを加えた集合B、

$$B = A - M + N$$

を考えれば、集合Bは無限集合Aから一つの要素 a_0 だけを取り出したその無限部分集合となっている。

無限集合Aは明らかに

$$A = A - M + M$$

と表せる。

このとき無限集合Aとその無限部分集合Bの間には、 $A - M$ から $A - M$ への写像は自己自身から自己自身への写像であるので双射であり、MからNへの写像はすでに見たように双射であるので、双射が存在する。(終)

無限集合においては全体と部分が同一である。このようなことは有限集合においては決して起こらない。たとえば肯定と否定という二つの要素しか含まない有限集合において全体と部分が一致するならば、肯定は同時に否定であることになり、論理の無矛盾性はおろか、言葉の意味の弁別でさえ不可能になろう。しかし無限集合においては全体と部分が必然的に一致するのである。かつてアリストテレスは無限集合、現実態における無限を受け入れるならばこの帰結を受け入れざるをえないことを忌避したのであったが、カントルはこの帰結を無限集合の特質として

証明したのである。

3 無限における全体と部分の全体の差異

無限集合は自らの全ての部分集合の集合、すなわち自らのベキ集合に超越される。無限集合においては全体が自らの部分の全体に超越される。ここに集合Aが集合Bに超越されるとは、集合Aから集合Bへの単射が存在しかつ全射が存在しないことである。何故なら集合Aから集合Bへの単射が存在すれば、集合Aの任意の要素の一つずつに集合Bの一つずつの要素が対応するので、集合Aの要素の数は集合Bの要素の数より大きくない、かつ集合Aから集合Bへの全射が存在しなければ、集合Aと集合Bの間に双射は存在しないので、集合Aの要素の数は集合Bの要素の数と等しくない、したがって集合Aの要素の数は集合Bの要素の数より小さくなるからである。

無限集合は自らのベキ集合に超越される。この命題を差異定理と呼ぼう。差異定理を証明するためには、無限集合からそのベキ集合への単射が存在しかつ全射が存在しないことを証明すればよい。

差異定理 任意の無限集合は、自らのベキ集合に超越される。

証明 無限集合Aからそのベキ集合 $P(A)$ への単射が存在することは明らかである。何故ならベキ集合 $P(A)$ は無限集合Aの任意の要素aのみを要素とする部分集合 $\{a\}$ を含んでいる。したがって無限集合Aの任意の要素aにベキ集合 $P(A)$ の要素 $\{a\}$ を対応させる写像は単射である。

それでは無限集合Aからそのベキ集合 $P(A)$ への全射、したがって双射が存在すると仮定しよう。このとき無限集合Aの任意の要素pが双射によって対応するベキ集合 $P(A)$ の要素Qが存在する。Qは無限集合Aの部分集合であるから、pはQに含まれるか否かのいずれかである。

いま Q に含まれない全ての p の集合 R

$$R = \{p \mid p \notin Q\}$$

を考える。この集合 R もまた無限集合 A の部分集合であるので、ベキ集合 $P(A)$ の要素となっている。したがってこの R に双射によって対応する無限集合 A の要素 s が存在する。

それではこの s は R に含まれるか否か。もし s が R に含まれるとすれば、 R の定義すなわち、

$$R = \{s \mid s \notin R\}$$

によって s は R に含まれない。逆に s が R に含まれないとすれば、再び R の定義によって s は R に含まれる。

これは矛盾である。ゆえに無限集合 A からそのベキ集合 $P(A)$ への双射、したがって全射は存在しない。(終)

無限集合においては全体が自らの部分の全体に超越される。無限の全体よりその部分の全体の方が大きな無限だと言うのである。無限集合には常により大きな無限集合が存在する。しかもそのより大きな無限集合はもとの無限集合の全ての部分集合の集合なのである。この帰結は驚きであると言う他はない。差異定理を最初に証明したカントルの偉業を讃えて、この定理をカントルの定理と呼ぶことが普通である。カントルの定理は、アリストテレスの無限論においてもヘーゲルの無限論においても夢想すら出来なかった、近代無限論の画期をなす定理である。したがってその存在論的な含意もまだ充分には導き出されていない。漸くカントルの集合論を存在論さらには宗教の数学的な表現として解釈する準備が整った。

四 無限における同一と差異

1 同一定理

存在者が何者かとして限定される場所である存在それ自体は無限の全体、存在者を何者かとして限定するその他者は無限の部分であった。したがって無限集合を存在それ自体の、その無限部分集合を他者の数学的な表現と見ることが出来る。このとき同一定理、任意の無限集合は自らと同一の無限部分集合を持つという定理は、存在それ自体と他者の同一を数学的に表現する命題として解釈することが出来る。すなわち存在それ自体としての仏と他者としての神は同一なのである。

他者としての一神教の神と存在としての汎神教の仏は、神の他者性、超越性と仏の遍在性、内在性といった対比のされ方において鋭く対立すると考えられて来た。浅薄な論者の一部には、この一神教の神と汎神教の仏の対比を、洋の東西を区分する最も根本的な原理であると見做し、自然と人間の外部に立つ西洋の一神教文明に対して、自然と人間の内部に住まう東洋の汎神教文化を広宣流布しなければ地球人類に未来はない、と言う者まで現れる始末である。

しかし他者としての一神教の神と存在としての汎神教の仏の対比は、洋の東西の差異ではなく、すでに見て来たように西洋のキリスト教の内部においても、東洋の仏教の内部においても存在する対立である。すなわちキリスト教内部における恩恵主義あるいは預言主義と神秘主義の対立、仏教内部における密あるいは禅と浄土の対立である。したがって他者としての神と存在としての仏の対比は、人類の宗教に共通する宗教的な対象の二つの類型、そ

の両極であると言つてよい。

同一定理によれば、この宗教的な対象の両極、他者としての神と存在としての仏が同一であることになる。存在者一人一人に臨在し存在者をその者として限定する他者は、存在者がその者として限定されて来る場所である存在それ自体と同一なのである。したがつて一神教と汎神教は対立する宗教ではなく、同一の神あるいは仏をどのような視角から眺めるかの差異に過ぎない。一神教はそれを自己に臨在する他者として、汎神教はそれを自己の根底に潜む存在として眺めているに過ぎないのである。

決定的な差異は、一神教の神は存在者の外部に自らを留めるのに対して、汎神教の仏は全ての存在者を自らの内部に含むという一点にある。神は存在者を超越し、仏は存在者を内在させるのである。⁽¹⁰⁾にもかかわらず神と仏は同一である。この帰結は一神教と汎神教を数学的に表現することによって初めて導き出されるのである。

2 差異定理

密教、禅あるいはキリスト教神秘主義は、存在者が仏あるいは神すなわち存在それ自体と一つに成ること、成仏、神化あるいは神秘的合一を目的としている。しかし有限の存在者が無限の存在それ自体と一致することは論理的な矛盾である。もつとも有限な存在者は、存在の限定された者なのであるから、(存在が内在するのではなく)存在に内在している。有限な存在者は無限な存在に内在する。しかしこのことは有限な存在者が無限な存在と同一であることを意味しない。したがつて存在者が存在それ自体と一致することは依然として論理的な矛盾である。

しかし密教、禅あるいはキリスト教神秘主義は、存在者と存在それ自体が一致することを、たとえ理論的には矛盾であっても実践的には真実であると主張しているのであるから、ひとまずこのことを受け入れるとしよう。すな

わち存在者が存在それ自体と一致したと仮定するのである。すでに見たように存在それ自体は無限集合として数学的に表現される。無限集合はその無限部分集合と同一なのであるから、存在者が一致した存在それ自体はその無限部分集合であつて構わない。また存在者それ自身は存在それ自体の有限部分集合である。いま存在者の一致したあるいは存在者それ自身である全ての部分集合の集合、すなわち存在それ自体のベキ集合を考えよう。

このとき差異定理、任意の無限集合は自らのベキ集合に超越されるという定理によれば、存在者が一致した存在それ自体である無限集合は、自らの全ての部分集合の集合によつて超越される。すなわち存在者はたとえ存在それ自体と一致したとしても、存在それ自体は自らの部分の全体であるさらに大きな無限によつて超え出られているのである。存在者が仏あるいは神と一つに成つたとしても、その仏あるいは神は自らを超え出てしまつていゝ他はない。存在者は究極の仏あるいは神と一つに成ることはありえない。仏あるいは神は存在者を無限に超越し続けるのである。仏あるいは神は自らを超越する。自己超越する仏あるいは神に存在者が一致することは絶対的に不可能である。

したがつてたとえ存在者が存在それ自体と一致したとしても、存在者は究極の仏あるいは神と一致することは不可能であるという意味において、神秘主義の目的は未完に終わらざるをえない。神秘主義は、あたかも可能態における無限あるいは悪無限であるかのように、永遠に完結しえないことが予め証明されている試みなのである。

注

(1) 存在が全体集合であるとするれば、その否定である無は空集合である。このとき存在は無を含む。

宗教の数理解析

- (2) 藤田正勝『京都学派の哲学』昭和堂、二〇〇一年、二一五頁、三一七―三二三頁。
- (3) ヘーゲル(武市健人訳)『大論理学(上巻の二)』岩波書店、二〇〇二年、一六二―一六九頁。
- (4) 落合仁司『地中海の無限者』勁草書房、一九九五年、四二―五二頁。
- (5) ヘーゲル(武市健人訳)『大論理学(上巻の二)』岩波書店、二〇〇二年、一七六―一七九頁。
- (6) 田川建三『キリスト教思想への招待』勁草書房、二〇〇四年、二一七―二四一頁。
- (7) 末木文美士『日本仏教史』新潮社、一九九六年、一五七―二〇四頁。
- (8) 本覚思想が天台教学に端を発したことは言うまでもないが、そこから日本仏教の全ての宗派に決定的な影響を与えたことも否定しえない。
- (9) 齋藤正彦『数学の基礎——集合・数・位相』東京大学出版会、二〇〇二年、二一六―二一八頁。
- (10) 汎神教、汎神論の中でも万有在神論がこの特徴をよく示している。

*本稿は二〇〇五年三月に開催された第十九回国際宗教学宗教史会議世界大会において英語で口頭発表された拙論を全面的に再考した上で書き下ろしたものである。大会における司会者の意見に感謝する。