ミシンの運動 (1)

——針の運動に関する力学的解析——

加藤訓男

1. まえがき

18世紀の産業改革命と期を同じくして，Thomas Saint に依り，ミシンの原始形が発明されて以来，その後幾多の改良がなされ，今日にみるミシンの構造が確立された。一方ミシンが我国に始めて渡来したのは1860年代と云われるが，近くは国産ミシンにも独自の機構を有するものがあり，全般的にこれら国産ミシンの性能は高く評価されている。1962年版朝日年鑑 p. 423, p. 433 をみるに，1960年に於ける生産量は2889千台に達し，その60%強が輸出され，低開発地域はもとより米市場及び EEC にまで及んでゐると云われる。今日ミシンは家庭機械の中，重要な位置を占め，特に我々被服科に於いては必須の機械である。又ミシンはよく目に映り，手に触れる最もありふれた機械の一つとしてはその構造はかなり複雑であって，機構学的にも興味憶える機械である。以下本報にては針の運動に関し理論的検討を試みる。

2. 針の行程方向がクランク軸中心を通る機構

第1図の如く0を原点として座標軸を採れば，針はx軸上を連結ピンBと同様に滑るから，B点の運動を検討すればよい。第1図に於いて，

r；クランク半径

L；連桿の心間距離

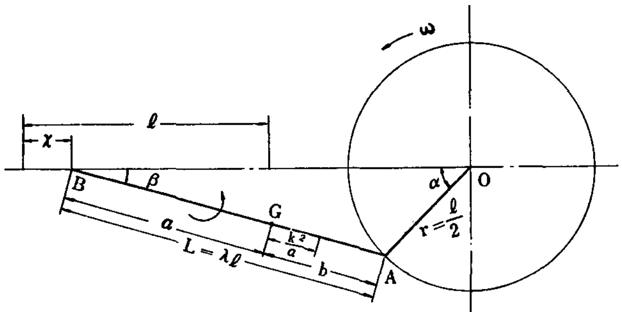
α；クランク回転角

β；連桿の傾斜角

l；針の行程

$\lambda=\dfrac{L}{l}$　　$r=\dfrac{l}{2}$

とすれば



第 1 図

a. 変位

$$x=\frac{l}{2}\ (1-\cos\alpha)\ +\lambda l(1-\cos\beta)\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

また $\dfrac{l}{2}\sin\alpha=\lambda l\sin\beta$　あるいは

* 特許203782号（注目発明）；特許公報—第7産業部門（昭和28年）

$$\sin\beta=\frac{\sin\alpha}{2\lambda}$$

この関係から

$$\cos\beta=\sqrt{1-\sin^2\beta}=\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{4\lambda^2}}=1-\frac{1}{8\lambda^2}\sin^2\alpha-\frac{1}{128\lambda^4}\sin^4\alpha-\frac{1}{1024\lambda^6}\sin^6\alpha-\cdots$$

となるから，この式に

$$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$$

$$\sin^4\alpha=\frac{1}{8}(3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha)$$

$$\sin^6\alpha=\frac{1}{32}(10-15\cos 2\alpha+6\cos 4\alpha-\cos 6\alpha)$$

…………………………………………………………………

等の関係を入れたものを(1)に代入，整理すると

$$x=\frac{l}{2}\Big[(1-\cos\alpha)+\frac{1}{8\lambda}(1-\cos 2\alpha)+\frac{1}{514\lambda^3}(3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha)$$
$$+\frac{1}{16384\lambda^5}(10-15\cos 2\alpha+6\cos 4\alpha-\cos 6\alpha)+\cdots\cdots\Big]\cdots\cdots\cdots\cdots(1')$$

となり，B点の位置 x はクランクの位置に依り一意的に定る。即ちクランク回転角 α の一価関数として表わすことが出来る。

b．速　度

クランク中心方向を正とした時のB点の速度 u は（$1'$）を時間 t で微分することに依って求め得る。

$$u=\frac{dx}{dt}=\frac{dx}{d\alpha}\cdot\frac{d\alpha}{dt}$$

$\dfrac{d\alpha}{dt}$ はクランクの角速度であり，クランクの定速回転時においては一定であって，これを ω とすれば

$$u=\frac{\omega l}{2}\Big\{\sin\alpha+\frac{1}{4\lambda}\sin\alpha+\frac{1}{128\lambda^3}(2\sin\alpha-\sin 4\alpha)$$
$$+\frac{3}{8192\lambda^5}(5\sin 2\alpha-4\sin 4\alpha+\sin 6\alpha)+\cdots\cdots\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

c，加速度

クランク中心方向を正とする往復運動質量の加速度 γ は u を t で微分して

$$\gamma=\frac{\omega^2 l}{2}\Big\{\cos\alpha+\frac{1}{2\lambda}\cos 2\alpha+\frac{1}{32\lambda^3}(\cos 2\alpha-\cos 4\alpha)$$
$$+\frac{3}{4096\lambda^5}(5\cos 2\alpha-8\cos 4\alpha+3\cos 6\alpha)+\cdots\cdots\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

八九　d．B点の往復慣性力 $F\gamma$ は m をB点の質量とすれば

$$F\gamma=-m\gamma=-m\frac{\omega^2 l}{2}\Big\{\cos\alpha+\frac{1}{2\lambda}\cos 2\alpha+\frac{1}{32\lambda^3}(\cos 2\alpha-\cos 4\alpha)$$
$$+\frac{3}{4092\lambda^5}(5\cos 2\alpha-8\cos 4\alpha+3\cos 6\alpha)+\cdots\cdots\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

以上はA点とB点に運動質量が集中したとし回転質量及び往復質量として考え，$\overline{AB}$ の重量はないとした。しかし，これにより連桿 $\overline{AB}$ の回転往復運動に依る一部の偶力を無視したことになる。この修正のための偶力を Φi，連桿 $\overline{AB}$ の重量をM，B点の角速度を $\varphi(=d\beta/dt)$，クランク回転方向の偶力を正，重心 G を通り紙面に垂直な軸を $\varDelta$ 軸，$\varDelta$ 軸の ω 方向の回転を

正とする時，Δ 軸に関する二質点の慣性モーメント I' は連桿の慣性モーメント $I=Mk^2$ より大きい。　　　　但し k ；回転半径

また重心 G のまわりの回転運動に於いて２質量 M_1，M_2 は $I'\frac{d\varphi}{dt}$ なる偶力を生ずる。即ち

$$I\frac{d\varphi}{dt}=I'\frac{d\varphi}{dt}+\Phi i$$

$$\therefore\quad \Phi i=-(I'-I)\frac{d\varphi}{dt}=-(I'-Mk^2)\frac{d\varphi}{dt}$$

また　$L=\lambda l=a+b$　であるから

$$I'=M_1a^2+M_2b^2$$

$$M_1=\frac{b}{L}M\ \text{（B点）}\qquad M_2=\frac{a}{L}M\ \text{（A点）}$$

$$I'=\frac{M}{L}(a^2b+b^2a)=Mab$$

従って　$\Phi i=-M(ab-k^2)\frac{d\varphi}{dt}$

Bの周りに連桿 $\overline{\mathrm{AB}}$ の自重で振動させたときの相当振子の長さを x'，１振動の周期を T とすれば

$$x'=a+\frac{a}{k^2},\quad T=2\pi\sqrt{\frac{x'}{g}}\quad\cdots\cdots\cdots(5)$$

ここに　g ；重力の加速度

この関係を上式に代入すれば

$$\Phi i=-Ma(L-x')\frac{d\varphi}{dt}$$

しかるに　$\sin\beta=\sin\alpha/2\lambda$　なる関係があり，微分すると

$$\frac{d\beta}{dt}\cos\beta=\frac{\cos\alpha}{2\lambda}\ \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\therefore\quad \frac{d\beta}{dt}=\frac{\cos\alpha}{2\lambda\cos\beta}\ \frac{d\alpha}{dt}=\frac{\cos\alpha}{(4\lambda^2-\sin^2\alpha)^{\frac{1}{2}}}\ \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\therefore\quad \frac{d\varphi}{dt}=\frac{d^2\beta}{dt^2}=-\frac{(4\lambda^2-1)\sin\alpha}{(4\lambda^2-\sin^2\alpha)^{\frac{3}{2}}}\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)^2=-\frac{(4\lambda^2-1)\sin\alpha}{(4\lambda^2-\sin^2\alpha)^{\frac{3}{2}}}\omega^2$$

従って

$$\Phi i=Mv(L-x')\frac{\omega^2(4\lambda^2-1)\sin\alpha}{(4\lambda^2-\sin^2\alpha)^{\frac{3}{2}}}\quad\cdots\cdots\cdots(6)$$

展開すれば

$$\Phi i=Ma(L-x')\Big\{\frac{1}{2\lambda}\sin\alpha+\frac{1}{64\lambda^3}(\sin\alpha-3\sin\alpha)$$

$$+\frac{1}{4096\lambda^5}(2\sin\alpha-9\sin3\alpha+5\sin5\alpha)$$

$$+\frac{1}{131072\lambda^7}(2\sin\alpha-9\sin3\alpha+5\sin5\alpha)+\cdots\cdots\Big\}\quad\cdots\cdots\cdots(6')$$

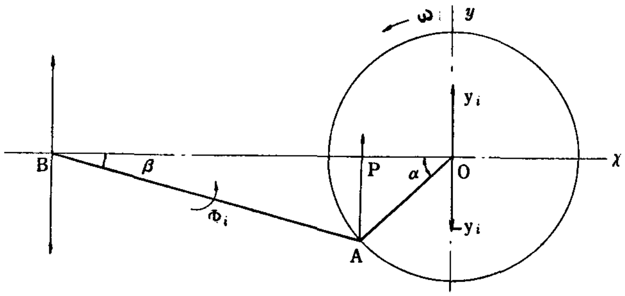
ａ，ｂは(5)を用いれば実験的に求めることが出来る。

ｅ．回転モーメント

偶力 Φi は x 軸に垂直，かつ方向相反する二つの力 y_i，$-y_i$ に置き換えられる。

$$\Phi i=\overline{PB}\times y_i$$

軸 O の偶力モーメントは ω と反対方向であるから



第 2 図

$$\Phi i' = -\overline{PO}\cdot y_i = -\frac{\overline{\Phi i}}{\overline{PB}}\cdot\overline{PO} = \frac{\overline{PO}}{\overline{PB}}\Phi i$$

而るに　$\sin\alpha = 2\sin\beta$

微分すると　$\cos\alpha\cdot\frac{d\alpha}{dt} = 2\lambda\cos\beta\,\frac{d\beta}{dt}$

$$\cos\alpha\cdot\omega = 2\lambda\cos\beta\cdot\varphi$$

従って　$\frac{\omega}{\varphi} = \frac{2\lambda\cos\beta}{\cos\alpha} = \frac{\overline{PB}}{\overline{PO}} = \frac{\sqrt{4\lambda^2-\sin^2\alpha}}{\cos\alpha}$

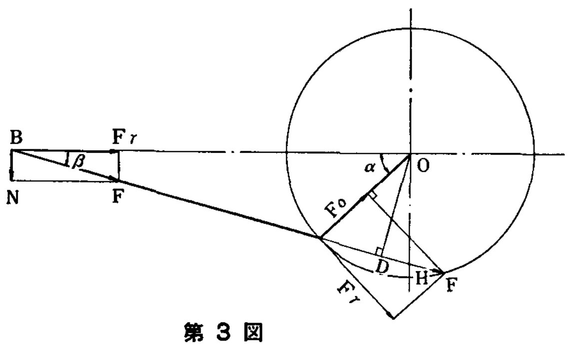
故に　$\Phi i' = -Ma(L-x')\frac{\omega^2(4\lambda^2-1)\sin\alpha}{(4\lambda^2-\sin\alpha)^2}$　(7)

展開すると

$$\Phi i' = Ma(L-x')\omega^2\left(\frac{1}{8\lambda^2}\sin 2\alpha - \frac{1}{64\lambda^4}\sin 4\alpha - \frac{1}{2048\lambda^6}(\sin 2\alpha + 4\sin 4\alpha - 3\sin 6\alpha + \cdots\cdots\right) \cdots\cdots (7')$$

f.　往復慣性力に依るモーメント

O の周りの回転モーメントC'は



第 3 図

$$C' = F\times\overline{\mathrm{OD}} \qquad F = F_\gamma\cdot\frac{\overline{\mathrm{OD}}}{\cos\beta} \qquad \overline{\mathrm{OD}} = \overline{\mathrm{OH}}\cdot\cos\beta$$

$$\therefore\quad C' = F_\gamma\cdot\overline{\mathrm{OH}}$$

となる。

而るに図式解法にてBの速度uは次の如く表わされる。

$$u = \omega\cdot\overline{\mathrm{OH}}$$

これと(2)を比較すれば

$$\overline{\mathrm{OH}}=\frac{l}{2}\Big\{\sin\alpha+\frac{1}{4\lambda}\sin 2\alpha+\frac{1}{128\lambda^3}(2\sin\alpha-\sin 4\alpha)$$

$$+\frac{1}{8192\lambda^5}(5\sin 2\alpha-4\sin 4\alpha+\sin 6\alpha)+\cdots\cdots\cdots\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$$\therefore\quad C'=-\frac{m\omega^2 l^2}{8}\Big\{\sin 2\alpha+\frac{1}{4\lambda}(-\sin\alpha+3\sin\alpha)+\frac{1}{8\lambda^2}\sin 4\alpha$$

$$+\frac{1}{128\lambda^3}(-2\sin\alpha+9\sin 3\alpha-5\sin 5\alpha)+\cdots\cdots\cdots\Big\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

$F\gamma$, $\overline{\mathrm{OH}}$ は共に絶対収斂級数なる故，正弦及余弦関数の積を二つの正弦関数の和に置き換えると，全回転モーメント C は

$$C=C'+\Phi i'\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

g. 不釣合力即ち振動について

往復運動を釣合すことは出来ない。即ち

$$F\gamma=-\frac{m\omega^2 l}{2}\Big\{\cos\alpha+\frac{1}{2\lambda}\cos 2\alpha+\frac{1}{32\lambda^3}(\cos 2\alpha-\cos 4\alpha)$$

$$+\frac{3}{4092\lambda^5}(5\cos\alpha-8\cos 4\alpha+3\cos 6\alpha)+\cdots\cdots\cdots\Big\}$$

は x 軸に平行な振動を起す。他のものは修正偶力 Φi に依るものである。

$$\psi i=\overline{\mathrm{OB}}\times y_i=\overline{\mathrm{OB}}\cdot\frac{\Phi i}{\overline{\mathrm{PB}}}=\frac{\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PO}}}{\overline{\mathrm{PB}}}\cdot\Phi i=\left(1+\frac{\overline{\mathrm{PO}}}{\overline{\mathrm{PB}}}\right)\Phi i=\Phi i-\Phi i'\cdots\cdots(11)$$

往復慣性力 $F\gamma$ に依る振動は

$$\mathrm{N}\cdot\overline{\mathrm{OB}}=F\gamma\cdot\tan\beta\times\overline{\mathrm{OB}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

但し，$\tan\beta=\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}=\dfrac{\dfrac{\sin\alpha}{2\lambda}}{\left(1-\dfrac{\sin^2\alpha}{4\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}}=\dfrac{\sin\alpha}{2\lambda}\left(\dfrac{1}{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{4\lambda^2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$=\frac{1}{2\lambda}\sin\alpha+\frac{1}{64\lambda^3}(-\sin 3\alpha+\sin\alpha)$$

$$+\frac{1}{4096\lambda^5}(\sin 5\alpha-5\sin 3\alpha+10\sin\alpha)+\cdots\cdots\cdots$$

$$\overline{\mathrm{OB}}=\frac{l}{2}\cos\alpha+\lambda l\cos\beta=\gamma\Big\{2-\frac{1}{2}\sin^2\alpha\left(1+\frac{1}{4\lambda^2}\right)-\frac{1}{8}\sin^4\alpha\left(1+\frac{1}{16\lambda^4}\right)$$

$$-\frac{1}{16}\sin^6\alpha\left(1+\frac{1}{64\lambda^6}+\cdots\cdots\cdots\right)-\cdots\cdots\cdots\Big\}$$

但し，$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=1-\dfrac{1}{2}\sin^2\alpha-\dfrac{1}{8}\sin^4\alpha-\dfrac{1}{16}\sin^6\alpha-\cdots\cdots$

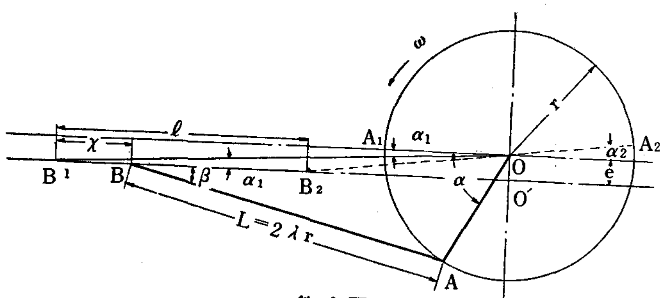
$$\cos\beta=\sqrt{1-\frac{\sin^2\alpha}{4\lambda^2}}=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sin^2\alpha}{4\lambda^2}-\frac{1}{8}\cdot\frac{\sin^4\alpha}{16\lambda^4}-\frac{1}{16}\cdot\frac{\sin^6\alpha}{64\lambda^6}-\cdots\cdots$$

3. Slay の連結ピンの両限界点を結んだ直線がクランク軸中心 O を通らずに e だけ偏った場合

第4図に於いて 2.1 節の第1図の場合と同様に記号を決める。

α_1；クランクが上死点にある時，連程が横軸となす角

α_2；クランクが下死点にある時，連程が横軸となす角



第4図

$$l=\overline{B_1B_2}=\overline{O'B_1}-\overline{O'B_2}=\{(2r\lambda+r)^2-e_2\}^{\frac{1}{2}}\{(2r\lambda-r)^2-e_2\}^{\frac{1}{2}}$$

$\varepsilon r=e$　とおけば

$$l=r(2\lambda+1)\sqrt{1-\frac{\varepsilon^2}{(2\lambda+1)^2}}-r(2\lambda-1)\sqrt{1-\frac{\varepsilon^2}{(2\lambda-1)^2}}$$

平方根内の第2項は1より小なる故，展開すると

$$\left(1-\frac{1}{(2\lambda+1)^2}\right)^{\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon^2}{(2\lambda+1)^2}-\frac{1}{2\cdot4}\cdot\frac{\varepsilon^4}{(2\lambda+1)^4}-\cdots\cdots$$

$$\left(1-\frac{1}{(2\lambda-1)^2}\right)^{\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon^2}{(2\lambda-1)^2}-\frac{1}{2\cdot4}\cdot\frac{\varepsilon^4}{(2\lambda-1)^2}-\cdots\cdots$$

$$\therefore\quad l=2r+r\left\{\frac{\varepsilon^2}{4\lambda^2-1}+\varepsilon^4\cdot\frac{24\lambda^2+2}{8(4\lambda^2-1)^3}+\cdots\cdots\right\}\cdots\cdots\cdots(13)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\alpha_1&=\frac{e}{2r\lambda+r}=\frac{\varepsilon}{2\lambda+1}\\ \sin\alpha_2&=\frac{e}{2r\lambda-r}=\frac{\varepsilon}{2\lambda-1}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(14)$$

$$x=\overline{O'B_1}-r\cos\alpha-2r\lambda\cos\beta$$

$$\overline{O'B_1}=(2\lambda+1)^2r^2-\varepsilon^2r^2=r(2\lambda+1)\sqrt{1-\frac{\varepsilon^2}{(2\lambda+1)^2}}$$

$$=r(2\lambda+1)-r\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon^2}{2\lambda+1}+\frac{1}{2\cdot4}\cdot\frac{\varepsilon^3}{(2\lambda+1)^3}+\cdots\cdots\right)$$

$$r\sin\alpha=e+2r\lambda\sin\beta$$

$$\therefore\quad\sin\beta=\frac{r\sin\alpha-\varepsilon r}{2\lambda r}=\frac{\sin\alpha-\varepsilon}{2\lambda}$$

八五

$$\cos\beta=\sqrt{1-\frac{(\sin\alpha-\varepsilon)^2}{4\lambda^2}}=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{(\sin\alpha-\varepsilon)^2}{4\lambda^2}-\frac{1}{2\cdot4}\cdot\frac{(\sin\alpha-\varepsilon)^4}{16\lambda^4}$$

$$=1-\frac{1}{8\lambda^2}(\sin^2\alpha-2\varepsilon\sin\alpha+\varepsilon^2)-\frac{1}{128\lambda^4}(\sin^4\alpha-4\varepsilon\sin^3\alpha+\cdots\cdots)$$

中心を通る $\cos\beta$ の値を $\cos\beta_1$ とすると前記により

$$\cos\beta_1=1-\frac{1}{8\lambda^2}\sin^2\alpha-\frac{1}{128\lambda^4}\sin^4\alpha-\frac{1}{1024\lambda^6}\sin^6\alpha-\cdots\cdots$$

なる故

$$\cos\beta=\cos\beta_1+\frac{1}{8\lambda^2}(2\varepsilon\sin\alpha-\varepsilon^2)+\frac{1}{128\lambda^4}(4\varepsilon\sin^2\alpha-6\varepsilon^2\sin^2\alpha-\varepsilon^4)+$$

而るに

$$2\sin^2\alpha=1-\cos2\alpha$$

$$4\sin^3\alpha=3\sin\alpha-\sin 3\alpha$$

$$8\sin^4\alpha=3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha$$

....

等の関係があるから

$$\cos\beta=\cos\beta_1+\frac{\varepsilon}{8\lambda^2}(2\sin\alpha-\varepsilon)+\frac{1}{128\lambda^4}(-\sin 3\alpha+3\sin\alpha$$
$$+3\varepsilon\cos 2\alpha+4\varepsilon^2\sin\alpha-3\varepsilon-\varepsilon^3)\quad\cdots\cdots(15)$$

これらを x に代入すると

$$x=r(2\lambda+1)-r\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon^2}{2\lambda+1}+\cdots\cdots\right)-r\cos\alpha-2r\lambda\left\{\cos\beta_1+\frac{\varepsilon}{8\lambda^2}(2\sin\alpha\right.$$
$$\left.-\varepsilon)+\cdots\cdots\right\}$$
$$=r(1-\cos\alpha)+2r\lambda(1-\cos\beta_1)-r\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{\varepsilon^2}{2\lambda+1}\cdots\cdots\right)-2r\lambda\left\{\frac{\varepsilon}{8\lambda^2}(2\sin\alpha-\varepsilon)\right.$$
$$\left.+\cdots\cdots\right\}$$
$$\frac{x}{l_1}=\frac{x_1}{l_1}-\frac{\varepsilon^2}{4(2\lambda+1)}-\frac{\varepsilon^4}{16(2\lambda+1)^3}-\cdots\cdots-\frac{\varepsilon}{8\lambda}(2\sin\alpha-\varepsilon)$$
$$-\frac{1}{128\lambda^3}(-\sin 3\alpha+3\sin\alpha+3\varepsilon\sin 2\alpha+4\varepsilon^2\sin\alpha-3\varepsilon-\varepsilon^3)-\cdots\cdots\quad(16)$$

b．速度

速度を u とすると

$$u=u_1+\omega r\left[-\frac{\varepsilon}{2\lambda}\cos\alpha+\frac{\varepsilon}{64\lambda^3}(3\cos 3\alpha-3\cos\alpha-6\varepsilon\cos 2\alpha\right.$$
$$\left.+4\varepsilon^2\cos\alpha)-\cdots\cdots\right]\quad\cdots\cdots(17)$$

b′．作用及び戻りの平均速度

平均速度　$u_m=\dfrac{2\pi r\cdot n}{60}$　　ここに，n；クランクの回転数

平均作用速度を u_m'，平均戻り速度を u_m'' とすると

$$\frac{u_m'}{u_m''}=\frac{180°+\alpha_1-\alpha_2}{180°-\alpha_1+\alpha_2}\quad\cdots\cdots(18)$$

而るに(14)より

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}=\frac{(2\lambda-1)}{(2\lambda+1)}$$ 八四

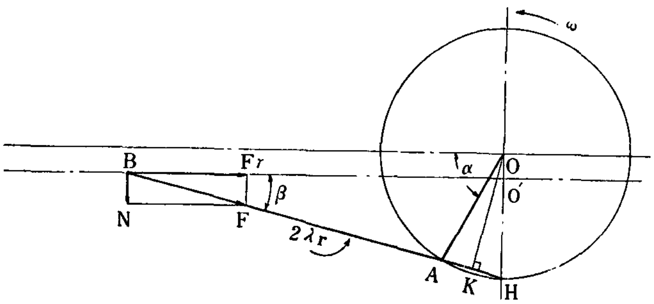
$$\therefore\ \alpha_1<\alpha_2\qquad\therefore\ u_m''>u_m'\quad\cdots\cdots(19')$$

c．加速度

$$\gamma=\gamma_1+\omega^2 r\left[\frac{\varepsilon}{2\lambda}\sin\alpha+\frac{1}{64\lambda^3}(-9\sin 3\alpha+3\sin\alpha+12\varepsilon\cos 2\alpha\right.$$
$$\left.+4\varepsilon^2\sin\alpha+\cdots\cdots\right]\quad\cdots\cdots(19)$$

d．回転力

第5図に於いて



第5図

$$\frac{F}{F_\gamma}=\frac{\overline{OH}}{\overline{OK}}$$

$$C=F\cdot\overline{OK}=F_\gamma\cdot\overline{OH}$$

$$\therefore\quad C=C_1+F_\gamma\cdot r\left[-\frac{\varepsilon}{2\lambda}\cos\alpha+\frac{1}{64\lambda^3}(3\cos 3\alpha-3\cos\alpha+6\varepsilon\sin 2\alpha-4\varepsilon\cos\alpha)+\cdots\cdots\right] \tag{20}$$

側方への力 N は

$$N=F\cdot\tan\beta \qquad\qquad \sin\beta=\frac{\sin\alpha-\varepsilon}{2\lambda}$$

$$\frac{1}{\cos\beta}=\frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{(\sin\alpha-\varepsilon)^2}{4\lambda^2}}}=1+\frac{1}{8\lambda^2}(\sin^2\alpha-2\varepsilon\sin\alpha+\varepsilon^2)+\frac{1}{128\lambda^4}(\sin^4\alpha-4\varepsilon\sin^3\alpha+6\varepsilon^2\sin^2\alpha-6\varepsilon^3\sin\alpha+\varepsilon^4)+\cdots\cdots$$

$$\therefore\quad \tan\beta=\tan\beta_1-\frac{\varepsilon}{2\lambda}-\frac{3\varepsilon}{32\lambda^3}\left(1-\cos 2\alpha-2\varepsilon\sin\alpha+\frac{2}{3}\varepsilon^2\right)+\cdots\cdots\cdots\cdots \tag{21}$$

e．連桿の慣性による影響について

八三

$$2\lambda r\sin\beta=r\sin\alpha-\varepsilon r \qquad \text{或いは} \qquad \sin\beta=\frac{\sin\alpha}{2\lambda}-\frac{\varepsilon r}{2\lambda}$$

微分すると

$$\cos\beta\frac{d\beta}{dt}=\frac{\cos\alpha}{2\lambda}\cdot\omega$$

$$\therefore\quad \varphi=\frac{d\beta}{dt}=\frac{\omega}{2\lambda}\cdot\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}=\frac{\omega}{2\lambda}\cdot\frac{\cos\alpha}{\left\{1-\dfrac{(\sin\alpha-\varepsilon)^2}{4\lambda^2}\right\}^{\frac{1}{2}}}=\omega\cos\alpha\left\{1-(\sin\alpha-\varepsilon)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{d\varphi}{dt}=\frac{-\sin\alpha(4\lambda^2-1)-\varepsilon(1+\varepsilon\sin\alpha-\sin^2\alpha)}{\left\{4\lambda^2-(\sin\alpha-\varepsilon)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}$$

f．修正偶力

$$\Phi_{i\varepsilon}=M_a(L-x')\omega^2\cdot\frac{-\sin\alpha(4\lambda^2-1)-\varepsilon(1+\varepsilon\sin\alpha+\sin^2\alpha)}{\left\{4\lambda^2-(\sin\alpha-\varepsilon)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\Phi_i+M_a(L-x')\omega^2\left\{\frac{\varepsilon(1+\varepsilon\sin\alpha+\sin^2\alpha)}{8\lambda^3}\right\}\cdot\left\{1+\frac{3}{2}\cdot\frac{(\sin\alpha-\varepsilon)^2}{4\lambda^2}+\cdots\cdots\right\}$$

$$+M_a(L-x')\omega^2\frac{\sin\alpha(4\lambda^2-1)}{2\lambda^3}\left\{\frac{3}{8}\cdot\frac{-2\sin\alpha\cdot\varepsilon+\varepsilon^2}{\lambda^2}-\cdots\cdots\right\}\cdots\cdots\cdots(22)$$

4. あとがき

本文に依って，ミシンの針の運動に関する力学的な問題，即ち振動，トルク等むしろ設計にあたっての基本的な事項を検討した。

ミシンは，小型機械としてはかなり苛酷な運動が要求されるため，振動，騒音の発生原因になる危険性が大きく，従って釣合，その他には充分留意されねばならない。尚，この report に於いては活用出来なかったが，本学ミシン群の寸法に関する試料を提供頂いた Fusuke ミシン石橋設計課長代理に厚く御礼申上げる。

参 考 文 献

宮本　晃男他；図解裁縫ミシン，1948　工学館

野 口　尚 一；自然 vol. 1, No. 6, p. 2, 1946　中央公論社

日本機械学会；機械工学便覧改訂第 4 版　1960

丹 羽　重 光；機構学　1951　丸　善

日本規格協会；JIS-part B

(本学専任講師—繊維工学)